

# 閉鎖都市条件下における多用途土地利用形態 — 付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態 (その9) —

田代 敬大\* 吉岡 聡也\*\*

## Multiple Land Use Patterns under the Closed City Conditions — Urban Land Use Patterns on the basis of the Bid Price Distributions and the Portfolio Selection Theory (No.9) —

by

Takahiro TASHIRO \*, Soya YOSHIOKA \*\*

### 要 旨

住宅地需要者集団に付け値分布、土地供給者に資産選択行動を想定し、各種用途の均衡条件に基づく都市内土地利用モデルすなわち「多地区多財均衡モデル」を用いて、都市人口を外生変数とする閉鎖都市における多用途の土地利用形態を表現した。特に本稿においてはこれまでの農地、中所得者住宅地、高所得者住宅地に加えて、低所得者の集合住宅いわゆるアパートと中所得者の集合住宅いわゆるマンションの集合住宅を考慮することにより、現実の都市内土地利用を説明する理論解を提示した。これにより、解法が難しい閉鎖都市においてもすべての住宅地利用が理論的に解明できることを示した。次に、閉鎖都市人口は一定に保ちつつ、アパート需要者数を減少させて同数の中所得者住宅地需要者数を増加させた比較静学分析を行った。これによると、外生変数を変化させたアパートおよび中所得者住宅地の均衡付け値分布・均衡土地利用構成比が変化するのは当然であるが、各用途の立地競争を通して、外生変数を変化させていないマンションおよび高所得者住宅地の均衡付け値分布・均衡土地利用構成比にも影響を与えることが解明された。

**Key Words** : 都市内土地利用、付け値分布、資産選択、閉鎖都市、集合住宅

### 1. はじめに

これまでの一連の本研究では、住宅地需要者に付け値分布、住宅地供給者に資産選択行動を想定し、各種用途の均衡条件に基づく都市内土地利用モデル構築してきている。すなわち、まず住宅地需要者の効用関数に対数線形関数を特

定化した付け値に、供給側の2パラメタ・ポートフォリオ理論の要請からの正規分布を仮定して、効用分布、離散的各地区における付け値分布、敷地規模分布、住宅地需要関数を導出した<sup>1)</sup>。一方、土地所有者の住宅地供給行動に資産選択行動を想定して、各地区における土地・住宅供給関数を導出した<sup>2)</sup>。そして各土地利用別の均衡条件、各地区人口関数等を付加して都市内土地利用モデルを構成した<sup>3)</sup>。

この一般均衡論的な都市内土地利用モデルを

\*崇城大学総合教育センター教授

\*\* (株)クロスファクトリー

「多地区多財均衡モデル」として、開放都市・閉鎖都市の枠組みでの解法を進めている<sup>(1)</sup>。住宅地需要者の効用を基本的外生変数として最終的に都市人口を内生変数とする「開放都市」は成長期の都市モデルに適するとされるが、本研究では土地所有者の最適化問題を解くことに帰着し、農地・住宅地の2財モデルによって単一中心都市の土地利用の理論的諸形態、定常過程における都市成長を示し<sup>(4)</sup>、多財モデルにより、農地・中所得者住宅地・高所得者住宅地、アパート・マンションの集合住宅地の各地区土地利用構成、用途別地区人口分布等々を提示した<sup>(5)</sup>。これに対し、基本的外生変数として都市人口を入力して付け値を経由して最終的に効用水準を導く「閉鎖都市」は成長停滞期の都市モデルに適するとされるが、本モデルでは内部に最適化問題を含む非線型連立方程式となり解法は一段と難しくなる。まず、土地所有者の最適化問題の解析解が得られる農地と住宅地の2財モデルに限定した解法を示し<sup>(6)</sup>、単一中心都市の閉鎖都市形態、都市人口変化による都市形態の比較静学分析、住宅地需要者の均衡効用分布・土地所有者の均衡効用水準分布等々を提示した<sup>(7)</sup>。次いで、閉鎖都市と開放都市の入力と出力がいわば「逆」の関係にあることを利用して、両モデル間の繰り返し計算による閉鎖都市の一般解法を提示して、農地・中所得者住宅地・高所得者住宅地の地区別均衡土地利用分布を示すとともに都市人口変化が及ぼす土地利用形態の比較静学分析を行った<sup>(8)</sup>。

さて、本稿の研究目的は以上の研究結果を受けて閉鎖都市の土地利用として農地・中所得者住宅地・高所得者住宅地に、低所得者の集合住宅いわゆるアパートと中所得者の集合住宅いわゆるマンションの集合住宅地の用途を加えることにより、現実の都市内土地利用を説明する理論解を提示することにある。次に、閉鎖都市人口は一定に保ちつつ、外生変数であるアパート需要者数を減少させて同数の中所得者住宅地需要者数を増加させて、各用途の均衡付け値平均および均衡土地利用構成比に与える影響を検討する比較静学分析を行う。

本稿により、基本モデルによる都市内住宅地

土地利用の基本形態は出揃うことになり、本モデルが企図するAlonso型モデルの拡張とAlonso型モデルで説明できない諸現象が説明可能となることが期待できる<sup>(2)</sup>。

## 2. 多地区多財均衡モデルの構成と解法

多地区多財均衡モデルの構成は、表1の通りである<sup>(3)</sup>。単一中心都市の都市空間は各地区に離散化し（地区番号 $i$ ）、用途を財とみなしている（用途番号 $j$ 、ただし $j=1$ は農地、用途数 $J$ ）。住宅需要者に対数線形効用関数式（1）、式（2）を仮定し、中心業務地区CBD（Central Business District）の隣接地区 $i=1$ の付け値分布に正規分布を仮定すると、各住宅需要者集団の効用分布式（3）、式（4）、各地区付け値分布の式（5）、式（6）および敷地規模平均 $E[L_{ij}]$ が得られ、住宅地需要関数式（7）、式（8）が定義される<sup>(4)</sup>。なお、CBDから都市境界地区 $m$ までの各地区付け値分布は1つの地区の付け値分布が与えられるとすべての地区の付け値分布が表現されるという重要な性質を導出しているが、ここではCBD隣接地区1の付け値分布を代表として固定することにする。また、集合住宅の添え字 $M$ は本稿ではアパートと分譲マンションの2種類を検討するので、アパート $M=1$ 、分譲マンション $M=2$ 等と表記すべきであるが、煩雑になるので一括して $M$ と表記することにする。

一方、土地所有者に無差別直線式（9）を仮定した2パラメタ・ポートフォリオ理論より、各用途に対する最適投資面積比率 $\xi_{ij}^*$ が得られ、住宅地供給関数式（10）が定義される<sup>(5)</sup>。さらに、各地区各財の均衡条件式（11）、都市境界地区 $m$ の条件式（12）、各地区人口式（13）、都市人口式（14）により、多地区多財均衡モデルが構成される。

閉鎖都市問題の外生変数は都市人口であり、用途 $j$ に対する閉鎖都市人口を $\bar{N}_j$ とする<sup>(6)</sup>。地区1の各用途 $j$ の付け値分布の変動係数 $\delta_{1j}$ をパラメタとして式（14）を $i$ について集計すると、地区1各用途 $j$ の付け値平均 $\mu_{1j}$ の関数として都市人口関数 $N_j(\mu_{12}, \dots, \mu_{1j}, \dots, \mu_{1J})$ 、用途

表1 多地区多財均衡モデル

## (0) 基本パラメタ・記号

## ① 共通

$i$ : 地区番号。 $j$ : 財・用途タイプ (農地  $j=1$  または  $A$ 、住宅  $H$ 、集合住宅  $M$ ) 番号。 $t(x_i)$ : CBD から地区  $i$  までの交通費用関数。 $y_j$ : 用途  $j$  の需要者所得。 $I_j(x_i)$ : 用途  $j$  需要者の地区  $i$  の純所得。 $N(\mu_{ij}, \sigma_{ij}^2)$ : 用途  $j$  地区  $i$  の (集合) 付け値分布。 $N(\mu_{ij}, \sigma_{ij}^2)$ : 用途  $j$  地区  $i$  の (集合) 付け値分布。 $\rho_{ij'}$ : 用途  $j$  用途  $j'$  間の付け値の相関係数。 $d$ : 土地所有者の希望水準。 $A_i$ : 地区  $i$  の土地面積

## ② 集合住宅のタイプ

$f_i$ : 地区  $i$  建坪。 $a$ : 占有率。 $r$ : 建築階数。 $w$ : 建ぺい率。 $c_A(r)$ : 単位床面積当たり建築費用

## (1) 需要者個人の効用関数

## ① 住宅地需要者効用関数

$$u_H = \alpha_H \ln z + \beta_H \ln L_{iH} \quad (1)$$

## ② 集合住宅需要者効用関数

$$u_M = \alpha_M \ln z + \beta_M \ln l_{iM}^F \quad (2)$$

ここに、 $u_j$ : 用途  $j$  需要者の効用値。 $\alpha_j$ 、 $\beta_j$ : パラメタ。 $z$ : 合成財消費量。 $L_{iH}$ : 地区  $i$  の住宅敷地規模。 $l_{iM}^F$ : 地区  $i$  集合住宅の床面積

## (2) 需要者集団の効用分布

## ① 住宅地需要者効用分布

$$f(u_H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{1H}} \frac{A_H e^{-u_H / \beta_H}}{\beta_H} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{A_H e^{-u_H / \beta_H} - \mu_{1H}}{\sigma_{1H}} \right)^2 \right] \quad (3)$$

ここに、 $A_H = \alpha_H^{\alpha_H / \beta_H} \beta_H I_H(x_1)^{1/\beta_H}$

## ② 集合住宅需要者効用分布

$$f(u_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{1M}} \frac{H_M A_M e^{-u_M / \beta_M}}{\beta_M} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{H_M A_M e^{-u_M / \beta_M} - (\mu_{1M} + C_M)}{\sigma_{1M}} \right)^2 \right] \quad (4)$$

ここに、 $A_M = \alpha_M^{\alpha_M / \beta_M} \beta_M I_M(x_1)^{1/\beta_M}$   
 $H_M = a w r$   $C_M = c_A(r) r w$

## (3) 各地区付け値分布

## ① 各地区住宅地付け値分布

$$f(P_{iH}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{iH}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{P_{iH} - \mu_{iH}}{\sigma_{iH}} \right)^2 \right] \quad (5)$$

ここに、 $P_{iH}$ : 地区  $i$  の住宅地付け値

$$\mu_{iH} = \kappa_i \mu_{1H} \quad \sigma_{iH} = \kappa_i \sigma_{1H}$$

$$\kappa_i = (I_H(x_i) / I_H(x_1))^{1/\beta_H}$$

## ② 各地区集合付け値分布

$$f(P_{iM}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{iM}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{P_{iM} - \mu_{iM}}{\sigma_{iM}} \right)^2 \right] \quad (6)$$

ここに、 $P_{iM}$ : 地区  $i$  の集合付け値

$$\mu_{iM} = \lambda_i (\mu_{1M} + C_M) - C_M \quad \sigma_{iM} = \lambda_i \sigma_{1M}$$

$$\lambda_i = (I_M(x_i) / I_M(x_1))^{1/\beta_M} \quad C_M(r) = c_A(r) r w$$

## (4) 各地区需要関数

① 各地区住宅地需要関数 ( $D_{iH}$ )

$$D(\mu_{iH}, \sigma_{iH}, n_{iH}) = n_{iH} E[L_{iH}] \quad (7)$$

ここに、 $n_{iH}$ : 地区  $i$  の住宅地需要者数

$$E[L_{iH}] = \int_0^\infty \frac{\beta_H I_H(x_i)}{P_{iH}} f(P_{iH}) dP_{iH}$$

② 各地区集合住宅敷地需要関数 ( $D_{iM}$ )

$$D(\mu_{iM}, \sigma_{iM}, n_{iM}) = n_{iM} E[l_{iM}^F] / H_M \quad (8)$$

ここに、 $n_{iM}$ : 地区  $i$  集合住宅総入居者数

$$E[l_{iM}^F] = \int_0^\infty \frac{H_M \beta_M I_M(x_i)}{P_{iM} + C_M} f(P_{iM}) dP_{iM}$$

(5) 各地区土地所有者の期待効用 ( $\theta_i$ )

$$\theta_i = \frac{\mu_{iP} - d}{\sigma_{iP}} \quad (9)$$

ここに、 $\mu_{iP}$ : 地区  $i$  土地所有者のポर्टフォリオ期待値。 $\sigma_{iP}$ : 地区  $i$  のポर्टフォリオ標準偏差

(6) 各地区各財供給関数 ( $S_{ij}$ )

$$S_{ij} = \xi_{ij}^* (\mu_{i1}, \dots, \mu_{ij}, \dots, \mu_{in}, \sigma_{i11}, \dots, \sigma_{ijj}, \dots, \sigma_{inn}) A_i \quad (10)$$

ここに、 $S_{ij}(\cdot)$ : 地区  $i$  用途  $j$  の供給関数

$\xi_{ij}^*$ : 地区  $i$  用途  $j$  の最適投資面積比率

## (7) 各地区各財均衡条件

$$D_{ij}(\cdot) - S_{ij}(\cdot) = 0 \quad (11)$$

ただし、すべての地区  $i$ 、すべての財 (用途)  $j$

ここに、 $D_{ij}(\cdot)$ : 地区  $i$  の用途  $j$  の需要関数

$S_{ij}(\cdot)$ : 地区  $i$  の用途  $j$  の供給関数

(8) 都市境界地区  $m$  (次式を満たす最小の  $i$ )

$$S_{ij}(\cdot) = 0 \quad (12)$$

(9) 地区人口 ( $n_i$ )

$$n_i = \sum_{j=2}^J n_{ij} = \sum_{j=2}^J \frac{\xi_{ij}^* A_i}{E[L_{ij}]} \quad (13)$$

ここに、 $n_{ij}$ : 地区  $i$  の都市的用途  $j$  の均衡人口

(10) 都市人口 ( $N$ )

$$N = \sum_{i=1}^{i=m} n_i = \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{j=2}^J n_{ij} \quad (14)$$

$j$ 都市人口関数 $N_j$  ( $\mu_{12}, \dots, \mu_{1j}, \dots, \mu_{1J}$ ) が構成できる。

このモデルの解法は参考文献8)の図1に従って、次のようになる。まず外生変数およびパラメタと初期値 $\mu_{1j}$ を設定し、①開放都市モデルに入力して各用途別土地利用別面積構成比 $\xi_{ij}$ と各地区各用途の平均住宅敷地面積 $E[L_{ij}]$ および $E[F_{iM}]$ を算出する。次いで②これらより用途 $j$ の都市人口関数 $N_j$  ( $\mu_{12}, \dots, \mu_{1j}, \dots, \mu_{1J}$ )を構成して、閉鎖都市条件式

$$N_j(\mu_{12}, \dots, \mu_{1j}, \dots, \mu_{1J}) - \bar{N}_j < \varepsilon_j \quad (15)$$

を満たせば均衡諸量を算出して効用分布を求めて終了し、満たさなければ③条件式(11)を満たすまで開放都市モデルへの代入を繰り返すことになる。

### 3. 集合住宅を含む多地区5財均衡モデル

閉鎖都市の条件の下で、多用途の土地利用状態等を検討する。ここでは、住宅系の市場参加者を高・中・低の所得階層とし、中所得者層は

住宅地取得と中層マンション取得を目的とする2集団が存在し、アパートには低所得者層が入居するものと想定した。立地競合を検討する財(用途)は農地 $j=1$ 、中所得者住宅地 $j=2$ 、高所得者住宅地 $j=3$ 、アパート $j=4$ 、中層マンション $j=5$ の5財である。

基本的な設定条件は、架空例であるが表2の通りである<sup>(7)</sup>。線形都市の閉鎖都市総人口は10.2万人、各用途人口は中所得者住宅地 $j=2$ が4.5万人、高所得者住宅地は $j=3$ が4万人、階数 $r=2$ のアパート $j=4$ が2千人、階数 $r=5$ の中層マンション $j=5$ が1.5万人の設定である。アパートとマンションとは階数だけでなく、単位土地面積当たり建築費用が異なっている<sup>(8)</sup>。

この設定下では、各地区各用途の均衡価格分布は、図1のようになる。各用途人口が立地できるように各用途需要者群は付け値分布を提示するが、この立地競合は土地所有者の資産選択行動と各用途の均衡条件を通して市場的に確定し、各用途の均衡価格分布として出現する<sup>(9)</sup>。

各用途の均衡価格分布は各地点で正規分布するが、図には均衡価格平均 $\mu_j$ と標準偏差 $\sigma_j$ の $\mu_j \pm \sigma_j$ を示しており、CBD隣接地区の地区1から郊外に向けて価格平均 $\mu_j$ と標準偏差 $\sigma_j$ ともに減少している。土地所有者群からみれば、各財(用途)の付け値分布は都心部隣接地区のハイリスク・ハイリターンから郊外へ向けてローリスク・ローリターンの‘投資’(売却)案件だったことになる。

ここで重要なのは、各地区において高い均衡価格用途分布の下にも低い均衡価格用途分布が出現していることである。代表的には地区1で、最も高い中層マンション均衡価格分布の下にも高所得者住宅均衡価格分布、中所得者住宅均衡価格分布、アパート均衡価格分布が市場取引後に成立している。これは、最高付け値提示者に土地所有者は土地利用を委ねるといふ、いわば‘最高付け値取引ルール’によるAlonso型モデルでは成立しえないことであり、土地所有者は資産選択行動をとって取引は均衡条件によるといふ本モデルにおいて初めて成立する事象である<sup>(10)</sup>。土地所有者はローリターンの土地利用

表2 用途5種類立地競合問題の計算条件

- |     |   |
|-----|---|
| (0) | 閉鎖都市総人口： 10.2 万人  |
| (1) | パラメタ 農地 $j=1$ <ul style="list-style-type: none"> <li>・農地付け値分布 (万円/㎡) : <math>N(5, 0.3^2)</math></li> <li>・ストック期間 : <math>T=10</math> 年</li> <li>・交通費関数 : <math>t_i=500 x_i</math></li> <li>・相関係数 : <math>\rho_{12}=0.7</math>   <math>\rho_{13}=0.7</math>   <math>\rho_{14}=0.6</math><br/> <math>\rho_{15}=0.6</math>   <math>\rho_{23}=0.7</math>   <math>\rho_{24}=0.6</math>   <math>\rho_{25}=0.6</math><br/> <math>\rho_{34}=0.5</math>   <math>\rho_{35}=0.5</math>   <math>\rho_{45}=0.4</math></li> </ul> |
| (2) | 中所得者層住宅地 $j=2$ <ul style="list-style-type: none"> <li>・中所得者層住宅立地者 : 45000 人</li> <li>・所得 : <math>y_2=6000</math> 万円 (年収 600 万円)</li> <li>・効用関数パラメタ : <math>\alpha_2=\beta_2=0.5</math></li> <li>・変動係数 <math>\delta_2=0.90</math></li> </ul>   |
| (3) | 高所得者層住宅地 $j=3$ <ul style="list-style-type: none"> <li>・高所得者層住宅立地者 : 40000 人</li> <li>・所得 : <math>y_3=8000</math> 万円 (年収 800 万円)</li> <li>・効用関数パラメタ : <math>\alpha_3=\beta_3=0.5</math></li> <li>・変動係数 <math>\delta_3=0.100</math></li> </ul>  |
| (4) | アパート $j=4$ <ul style="list-style-type: none"> <li>・アパート入居者数 : 2000 人</li> <li>・所得 : <math>y_4=4000</math> 万円 (年収 400 万円)</li> <li>・効用関数パラメタ : <math>\alpha_4=\beta_4=0.5</math></li> <li>・アパート建築費用 : <math>C_M(2)=18</math> 万円/㎡</li> <li>・変動係数 <math>\delta_4=0.127</math></li> </ul>  |
| (5) | 中層マンション $j=5$ <ul style="list-style-type: none"> <li>・中層マンション入居者数 : 15000 人</li> <li>・所得 : <math>y_5=6000</math> 万円 (年収 600 万円)</li> <li>・効用関数パラメタ : <math>\alpha_5=\beta_5=0.5</math></li> <li>・マンション建築費用 : <math>C_M(5)=72</math> 万円/㎡</li> <li>・変動係数 <math>\delta_5=0.104</math></li> </ul>  |



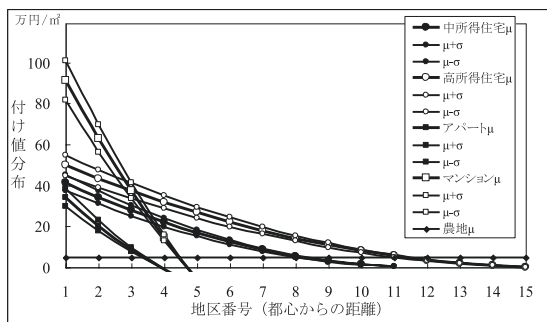


図1 用途5種類の均衡価格状況

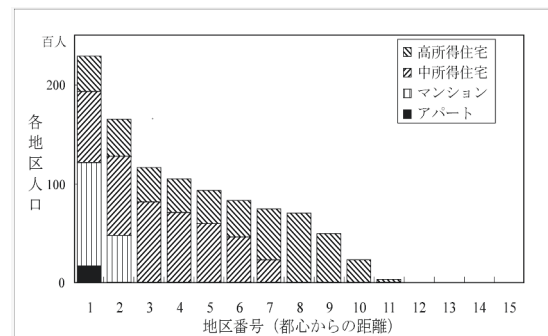


図3 用途別各地区人口分布

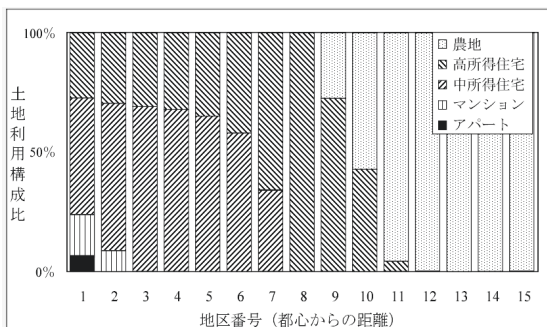


図2 用途5種類の均衡土地利用形態

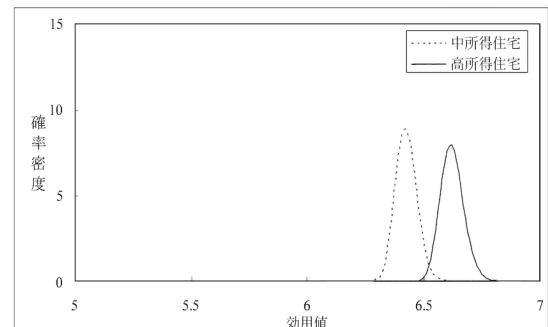


図4 中・高所得住宅取得者の均衡効用分布

であってもローリスクであれば、ポートフォリオ構成におけるリスク分散の資産選択の結果、低リターンの用途に土地を提供することがあり得ることを示している。

さて、均衡土地利用は、図2の通りである。地区1ではアパート、マンション、中所得者住宅、高所得者住宅とすべての種類の住宅が混在立地し、地区2ではアパート立地がなくなって、マンション、中所得者住宅、高所得者住宅の立地となっている。地区3から地区7までは中所得者住宅が構成比を下げながら地区7まで高所得者住宅と混在立地している。地区8では高所得者住宅の100%立地となり、地区9からは構成比を下げながら農地との混在すなわちスプロール化して、地区11が都市境界地区となっている。このような均衡土地利用形態により、人口10.2万人の閉鎖都市が成立することになる(11)。

なお、このような地区内における混在立地が可能となるのは本モデルの特徴で、Alonso型モデルでは成立しえない。本モデルでの均衡価格分布とは異なり、‘最高付け値取引ルール’では単一の用途のみが選択され土地利用の純化の

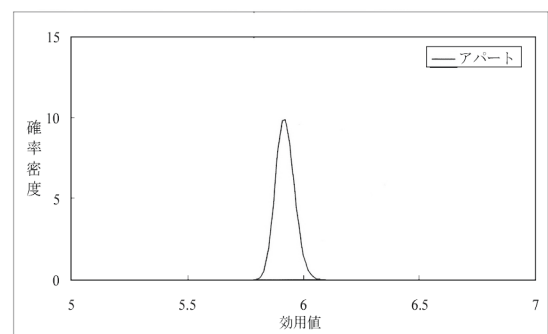


図5 アパート入居者の均衡効用分布

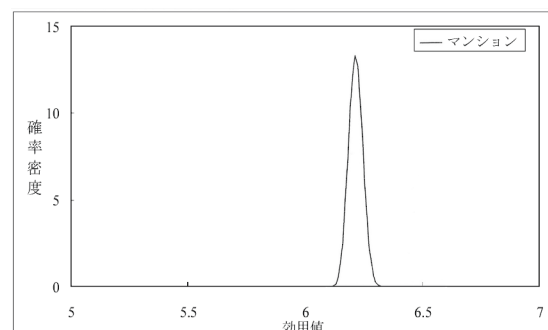


図6 マンション取得者の均衡効用分布

下に同心円状の土地利用地帯が形成されるからである。

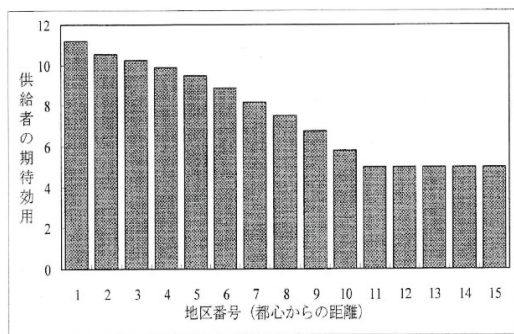


図7 土地所有者均衡効用の地区別分布

市場均衡で成立する各地区用途別の人口（密度）分布は、図3のようになる。都市全体の人口分布はCBD隣接地区1の高密度から都市境界地区11の低密度まで減少している。各用途の敷地面積・床面積分布は地区1の相対的に狭隘な面積から郊外側に向かうにつれて増加するため人口は減少するが、特に地区9からは住宅地・農地混在のスプロール形態の土地利用も影響して減少している。

集合住宅のうち、アパートは木造モルタル造りの2階建てを想定しているが、表2の2000人はすべて地区1に立地するアパートに入居することになる。これに対してマンションは5階建てを想定しているので、地区1・2ともに図2の立地土地面積構成比以上にマンション人口が多くなっている。中所得者層は地区1から地区7まで、高所得者層は地区1から地区11まで都市全体に立地している。

さて、閉鎖都市モデルは都市人口を入力して土地住宅需要者の効用を出力する<sup>(12)</sup>。表2の設定条件の下で、土地住宅需要者の均衡効用分布は図4～図6となる。効用の比較は、経済学で主流の序数的効用関数では難しいが、本研究では効用分布を考えているので、式(1)、式(2)の効用関数は基数的効用関数となる。

図4は中・高所得者層の均衡効用分布である。全体的には高所得者の均衡効用分布が中所得者の均衡効用分布よりも高く位置している。ただ細かく見れば、この設定条件では両分布は少し重なっている部分があり、均衡効用値が高所得者を上回る中所得者がいることを示している。住宅地需要者の効用関数は式(1)のように敷地規模に依存するが、敷地規模は分布するので

(13)、式(3)のように均衡効用も分布する（式(3)は敷地規模ではなく付け値分布で表現している）。敷地規模が分布しているため、この両者の間には敷地規模が高所得者を上回る中所得者がいることが示唆されている<sup>(14)</sup>。

これらに対し、集合住宅需要者の効用関数は式(2)のように床面積に依存する。ただし、‘床（部屋）’の程度は異なるものとして、床面積当たり建築費はアパートとマンションは異なる設定をしているので、アパート入居者とマンション取得者の均衡効用分布を直接比較することは妥当ではない。

一方、土地所有者の均衡効用の地区別分布は図7のようになる。土地住宅需要者の均衡効用分布は地区によらないのに対し<sup>(15)</sup>、土地所有者の均衡効用は所有する土地の都市内位置によって決定的に異なっている。図のように、CBD隣接地区1の均衡期待効用は高く、郊外側になるにつれて均衡期待効用も低下していくことになる。

#### 4. 多地区5財均衡モデルの比較静学

閉鎖都市人口を10.2万人に保ちつつ、用途別人口を変化させて比較静学分析を行う。具体的には①アパート人口を200名減少（0.9倍に減少）させて中所得住宅人口を200名増加（1.004倍に増加）させた場合、②アパート人口を400名減少（0.8倍に減少）させて中所得住宅人口を400名増加（1.009倍に増加）させた場合、③アパート人口を600名減少（0.7倍に減少）させて中所得住宅人口を600名増加（1.013倍に増加）させた場合である。見掛け上、アパート需要の低所得層が住宅地需要の中所得層に「移動」したともいえる状況である<sup>(16)</sup>。図示すれば、図8のようになる。いずれの場合も高所得住宅人口、マンション人口は一定で倍率は1である。

アパートと中所得住宅の外生変数の変化に対する地区1の各用途の均衡平均価格の変化倍率の変化を示したのが、図9である。変化人口が大きくなるにつれ、アパート均衡平均価格倍率の低下と中所得者住宅の均衡平均価格倍率の上

昇はある意味で当然であるが、高所得者住宅の均衡平均価格倍率がわずかに上昇しマンション均衡平均価格倍率が低下するのは非常に興味深いところである。

外生変数の変化に対する地区1の各用途構成比倍率の変化は、均衡価格倍率の変化の図9に対応して、図10のようになる。アパート構成比倍率の低下と中所得者住宅構成比倍率の上昇は図9と同様であるが、図8と図9ないし図10とを比較すれば明らかなように、外生変数の線形変化に対して図9の均衡価格倍率変化も図10の構成比変化倍率の変化は非線形となっている。なおここでも外生変数は一定であるにもかかわらず、マンション・高所得者住宅の構成比倍率が上昇していることは重要である。

閉鎖人口が一定であるマンションと高所得者住宅の均衡価格と構成比が変化したことは、直観的には次のように解釈される<sup>(17)</sup>。ここで、多用途の立地競合問題は土地所有者の5財（用途）すべての最適ポートフォリオ問題を通じているので各用途の付け値分布水準だけでなく相関係数に大きく関係することに注意しておく必要がある。互いの用途の相関係数が高ければ競合度が高くなり、相関係数が低ければ危険分散を通して競合度が低くなる面があるからである。

まず、用途人口が減少したアパートではアパート人口の収容を可能とする範囲の供給量を獲得すればよいので、他の付け値分布との競合度が低いアパート集合付け値分布は低下し、用途人口が増加した中所得者住宅地需要は増加人口が立地できるように付け値分布を上昇することにより供給量（土地利用構成比）も増加させようとする。このとき、高所得者住宅地の付け値分布が上昇しなければ、中所得者住宅と競合度が高い高所得者住宅地への供給量が減少し所定の需要量を満たさないため、高所得者住宅地の付け値分布を上昇させることにより供給量を増加させて均衡を達成しようとする。また、マンションの集合付け値分布が変化しないと、競合度が低いアパート立地の減少に対してマンションへの供給量が増加し、マンション需要者は必要以上の支払いをすることとなる。そのた

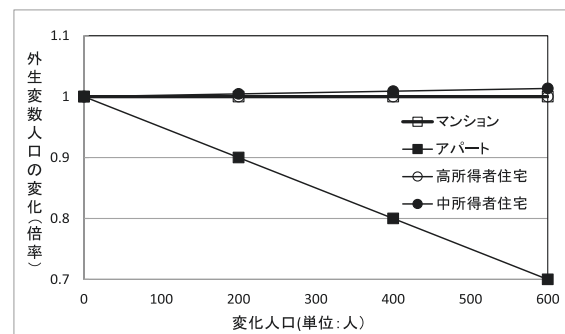


図8 外生変数（アパートと中所得者住宅の人口）の変化

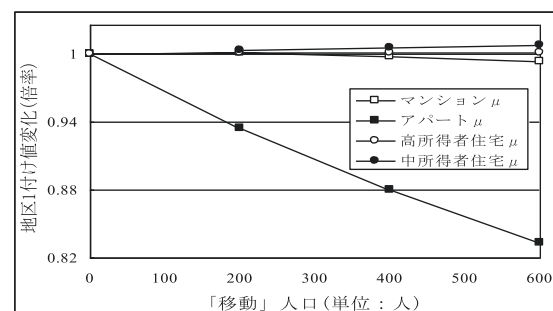


図9 地区1の用途別均衡平均価格の変化倍率

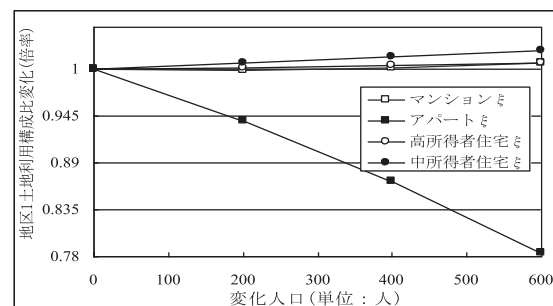


図10 地区1の用途別均土地利用構成比の変化倍率

め、マンションの集合付け値分布は低下する動きをとることになる。

一般に、本モデルの解法は内部に開放都市の最適化問題を含んでいることから、一種類の用途 $j$ の人口を変化させると用途 $j$ が提示する付け値分布が変化し、その結果、全体の最適解に変化を生じさせ、他の用途 $j'$ も付け値分布の変化を余儀なくされる。さらに用途 $j'$ の付け値分布変化が用途 $j$ の付け値変化を促す。そのため、任意の用途の閉鎖人口が変化すると、閉鎖人口変化がない用途の均衡価格分布、均衡土地利用形態も変化することになる。



## 5. おわりに

本稿の主要結果は、次の通りである。

第一に、都市内住宅地モデルとして、農地、中所得者住宅、高所得者住宅に加えて、アパートとマンションの集合住宅を考慮した5財（用途）について、閉鎖都市の条件下での解法を行った。例示した計算条件の下では5用途すべてが混在する土地利用形態になることなどが示された。

第二に、基本的な外生変数である閉鎖都市人口は一定に保ちつつ、中所得者住宅需要とアパート需要の閉鎖人口を変化させた比較静学分析を行った。その結果、直接変化させた中所得者住宅とアパートだけでなく、閉鎖用途人口を変化させていない高所得者住宅、マンションの他用途の均衡価格分布、均衡土地利用構成にも影響を与えることが明らかになった。すべての財（用途）の立地競合とそれらすべての財（用途）の付け値分布と相関係数を対象とした土地所有者の資産選択行動を反映した市場均衡となっているからである。

土地需要者に付け値分布、土地所有者に資産選択を想定した都市内多地区多財均衡モデルは、開放都市・閉鎖都市いずれにおいても解法と均衡土地利用形態等を提示することができ、一応、本稿をもって本研究の基本モデルが完結したといえる。

## 謝辞

一部の図版の画像処理に上野賢仁教授のご協力をいただいた。深く感謝申し上げる次第である。

## 註

- (1) 土地利用の各用途は財としての市場交換により、各用途の具体的土地利用が発現するとみなす見地からの命名である。なお、都市経済学的土地利用モデルの開放都市・閉鎖都市の解法方針は、参考文献12)以降のものであるが、こんにちでは標準的枠組みとなっている。
- (2) Alonso モデル<sup>11)</sup>は現代都市経済学的土地利用

モデルの嚆矢であるが、土地・住宅需要者の各需要者の効用ないし利潤から付け値概念を定式化し、各土地所有者は自己の土地に対する最高付け値提示者に土地利用を委ねるというものである。

- (3) 本研究は、土地需要者行動は都市経済学の付け値理論を基に構成し、土地供給者行動は資産選択理論（ポートフォリオ理論）を基に構成している。現代ポートフォリオ理論は多方面に急速に展開しているが、本研究で援用したのはアセット・アロケーション分野創始のMarkowitzのクリティカル・パス法と資本市場理論分野のSharpeのCAPMである。クリティカル・パス法は収益率分布の平均（リターン）と分散または標準偏差（リスク）というパラメタを対象に最適資産構成が図られるので、E-V分析、平均・分散アプローチ、2パラメタ・アプローチ等と呼ばれて理論的・実証的展開が図られている。当然、都市経済学や資産選択理論の基礎知識は前提にしているので、註釈も専門的註釈しか記していない。参考までに、都市経済学関連の標準的教科書・専門書等を参考文献11)～22)に、資産選択理論関連のそれらを参考文献23)～35)に掲げておく。ただし、本研究では用いないので、Black-Scholesのオプション価格式など、確率微分方程式を用いた金融派生証券理論等を主として扱っている文献は含まれていない。
- (4) 都市経済学における家計立地の住宅（性質は敷地規模で代表される）に相当するのは、本研究では宅地（地目）規模+住宅（建築物）であろうことから「住宅地」と表記した（註(7)(8)参照）。誤解が少ない場合は「住宅」とも表記している。なお、この「住宅地」価格（ストック価格）は公示地価・基準地価の呼称を流用して用途を明示する必要がない場合は一括して「地価」と表記した。
- (5) 期待効用理論と整合的な危険回避者の無差別曲線は右上がりの凸関数とされるので、ここでの無差別「直線」は期待効用理論の立場からの凸関数という条件を満たさない。しかしこの近似により、一般の効用関数の測定という難しい課題を回避することができ、同時に最適ポートフォリオ算出のアルゴリズムにおいてもCAPMを背景とした確立された手法を援用することが可能となる<sup>29)</sup>。なお、無差別直線の傾き $\theta$ として土地所有者の期待効用が表1の式(9)のように表現される。
- (6) ここでの「人口」は正確にはCBDに向かう「就業者数」（1世帯1就業者と仮定）であるが、都



市経済学の慣行に従って「人口」と表記する。なお、エネルギー、上下水道、廃棄物等の環境項目の世帯別原単位がわかれば、それらの都市空間的分布も推定され、理論的面からの環境都市政策の検討にも手掛かりを与えることになる。

- (7) ここでは合成財価格を導入していないので、所得・交通費・付け値等は実態的な額ではなく、厳密には価格比しか意味を持たないことになる。ただ註(8)に述べるように、一応、設定条件は1990年前後の熊本市を暗黙のうちに想定した。特に、相対的に単位交通費が大きい、都市境界が「常識的」に収まる範囲としたからである。その意味では、歴史的に形成されてきた都市の土地利用を、本モデルのように「静学的に一挙に説明」するためには、設定条件にやや「不自然な」設定を行わざるを得ないであろう。
- (8) 相関係数は用途の類似度が高い場合は相関係数も高く、類似度が低い場合は低く設定した。土地に対する付け値分布はハイリスク・ハイリターン、ローリスク・ローリターンとなるのが望ましいが、その意味ではアパートとマンションの変動係数はやや大きめの設定となったかもしれない。これは1990年前後の熊本市での検討から、アパート床面積付け値分布を $N(30, 2.4^2)$ 、マンション床面積付け値分布を $N(50, 3^2)$ と想定し、これらを土地面積付け値分布に変換して求めた変動係数を用いたためである（詳細は略）。架空例なので、アパートとマンションの変動係数は小さめに（あるいは中・高所得者の変動係数を大きめに）設定してもよかったかもしれない。また、閉鎖人口も低所得層のアパート需要人口を大きく、高所得層の需要人口を小さめに設定した方が、より現実になったかもしれない。なお、『貯蓄動向調査』（1999年）の年間収入五分位階級別でいえば、年収800万円はⅣ階級（上位から2番目の階級）、年収600万円はⅢ階級（中位の階級）、年収400万円はⅡ階級（下位から2番目の階級）に入る。中・高所得者の住宅地取得予算は年収の5倍という設定になっている。1990年代の建売住宅・新築の年収倍率（全国）は約5～6倍である（『国民生活白書』平成12年版、p. 192：原データは住宅金融公庫『公庫融資利用者調査報告』）。一方、農地付け値に関しては明確な裏付けはない。やや高めの設定かもしれない。
- (9) 図1では煩雑になるので区別していないが、正確には図2で立地が決定した地区までが均衡価

格分布となり、立地していない地区では需要者の提示額である付け値分布に留まることになる。

- (10) 通常、Alonso型モデルにおける低所得者立地可能性は、低所得者は付け値を高くする（敷地規模を縮小する）ことによって「最高付け値」を獲得して立地する、とされる。参考文献19) p. 63の図4-6、21) p. 71の図4-18参照。
- (11) 低所得者が都心部に近く、中・高所得者が中間・郊外地区の住宅地に立地する傾向を示すのは、本モデルが交通費用と所得とを独立と仮定したAlonso型のモデル構成に依拠しているからである。その後の様々な修正モデルの考え方を取り入れれば、さらにわが国の現実に近いモデル構築が図られよう。
- (12) 本モデルでは土地所有者の2パラメタ・ポートフォリオ理論からの要請より付け値分布に正規分布を仮定している。したがって、計算上は付け値分布から効用分布を導出しているが、理論的論理としては効用分布→付け値分布・敷地規模分布→需要関数→地区人口等々となる。ただし閉鎖都市では「逆」の順番となる。
- (13) 敷地規模分布は単峰型分布で、付け値分布を基に表現すると次式となる。

$$f(L_{iH}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{iH}} \frac{\beta_H I_H(x_i)}{L_{iH}^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta_H I_H(x_i)/L_{iH} - \mu_{iH}}{\sigma_{iH}}\right)^2\right]$$

- (14) 設定条件とくに閉鎖都市人口を変更すれば、両効用分布は分離する場合も示されるであろう。
- (15) ある効用値の空間的付け値曲線は、各地点についての無差別曲線とみなすことができる<sup>12)</sup>。
- (16) ここでアパート需要者層が住宅地需要の中間所得層へと「移動」すると想定した理由の一つは、わが国の都市居住者のうち相対的に所得が低い若年層がアパート居住で貯蓄を行って戸建て住宅に移るという現実の行動傾向を背景としたことである。実は、「移動」は様々な住宅系人口間で可能である<sup>9)</sup>。
- (17) 本文後述のように、土地所有者はすべての財（用途）の付け値分布と相関係数を考慮した最適ポートフォリオ構成を行うため、単一用途ごとの説明は難しく直観的説明は主要部分のイメージに留まる。いずれにせよ複雑な非線形連立方程式となる本モデルでは、外生変数の変化に対する内生変数の変化も複雑になる。

## 参考文献

- 1) 田代敬大「対数線形効用関数による付け値分布

- と土地住宅需要関数－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その1）－」崇城大学工学部研究報告、第27巻、第1号、pp. 107-118、平成14年3月
- 2) 田代敬大「土地所有者の資産選択行動と土地住宅供給関数－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その2）－」崇城大学工学部研究報告、第27巻、第1号、pp. 119-130、平成14年3月
  - 3) 田代敬大「都市内土地利用モデルの構成－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その3）－」崇城大学工学部研究報告、第28巻、第1号、pp. 165-173、平成15年3月
  - 4) 田代敬大「開放都市条件下における都市形態－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その4）－」崇城大学工学部研究報告、第28巻、第1号、pp. 175-184、平成15年3月
  - 5) 田代敬大「開放都市条件下における都市内土地利用形態－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その5）－」崇城大学工学部研究報告、第29巻、第1号、pp. 81-90、平成16年3月
  - 6) 田代敬大「閉鎖都市モデルの解法－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その6）－」崇城大学工学部研究報告、第30巻、第1号、pp. 73-82、平成17年3月
  - 7) 田代敬大「閉鎖都市条件下における都市形態－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その7）－」崇城大学工学部研究報告、第30巻、第1号、pp. 83-91、平成17年3月
  - 8) 田代敬大、杉田憲寛「閉鎖都市モデルの一般解法－付け値分布と資産選択に基づく都市内土地利用形態（その8）－」崇城大学研究報告、第31巻、第1号、pp. 59-68、平成17年3月
  - 9) 吉岡聡也『集合住宅を含む多地区多財均衡モデルの閉鎖都市への適用に関する研究』崇城大学大学院工学研究科修士論文、平成16年度
  - 10) 田代敬大、樗木武「閉鎖都市条件下における住宅地の空間構造－2種類の土地利用に対する付け値分布と資産選択の視点から－」日本都市学会年報VOL. 45、pp. 131-140、2012年5月
  - 11) Alonso, W. Location and Land Use. Harvard University Press, 1964. 折下功訳『立地と土地利用』朝倉書店、1966年
  - 12) Weaton, W. C. "A comparative static analysis of urban spatial structure," *Journal of Economic Theory* 9, pp. 223-237, 1974
  - 13) 山田浩之編『都市経済学』有斐閣、昭和53年
  - 14) 山田浩之『都市の経済分析』東洋経済新報社、昭和55年
  - 15) 宮尾尊弘『現代都市経済学』日本評論社、1985年
  - 16) Henderon, J.V. *Economic Theory and the Cities*, 2nd ed. Academic Press, 1985. 折下功訳『経済理論と都市』勁草出版サービスセンター、1987年
  - 17) Mills, E. S. ed. *Handbook of Regional and Urban Economics*, Vol. 2. North-Holland, 1987.
  - 18) Fujita, M. *Urban Economic Theory*. Cambridge University Press, 1989. 小出博之訳『都市空間の経済学』東洋経済新報社、1991年
  - 19) 山田浩之・西村周三・綿貫伸一郎・田淵隆俊編『都市と土地の経済学』日本評論社、1995
  - 20) 中村良平・田淵隆俊『都市と地域の経済学』有斐閣、1996年、p. 63 図4-6
  - 21) 金本良嗣『都市経済学』東洋経済新報社、1997年
  - 22) 佐々木公明・文世一『都市経済学の基礎』有斐閣、2000年、p. 71 図4-18
  - 23) 丸淳子・首藤恵・小峰みどり『現代証券市場分析』東洋経済新報社、1986年
  - 24) 桐谷維『資産選択の現代理論』東洋経済新報社、昭和61年
  - 25) 若杉敬明『企業財務』東京大学出版会、1988年
  - 26) 諸井勝之助『経営財務講義 [第2版]』東京大学出版会、1989年
  - 27) 久保田敬一『ポートフォリオ理論』日本経済評論社、1989年
  - 28) Sharpe, W. F. Alexander, G. J. *Investments*, 4th ed. Prentice-Hall, 1990
  - 29) 津野義道『ポートフォリオ選択論入門』共立出版、1991年
  - 30) 日本証券アナリスト協会編、津村英文・若杉敬明・榊原茂樹・青山護『証券投資論』日本経済新聞社、1991年
  - 31) 今野浩『理財工学Ⅰ』日科技連、1995年
  - 32) 竹原均『ポートフォリオの最適化』朝倉書店、1997年
  - 33) 津野義道『ファイナンスの数学的基礎－離散モデル－』共立出版、1999年
  - 34) 池田昌幸『金融経済学の基礎』朝倉書店、2000年
  - 35) 枇々木規雄『金融工学と最適化』朝倉書店、2001年