

コイルに近づける磁石の速さと誘導起電力の大きさとの関係

永野 利徳* 上野 賢仁** 天本 徳浩***

Relationship between speed of magnet for coil and intensity of induced electromotive force

by

Toshinori NAGANO *, Takahito UENO ** and Tokuhiko AMAMOTO ***

要 旨

物理学の講義における電磁誘導の演示実験では、永久磁石とコイルを用いて検流計に誘導電流が流れることから誘導起電力が発生していることを定性的に示している。

誘導起電力は磁束の時間変化で表されるが、磁石とコイルとの相対速度が大きいほど、誘導起電力の大きさは大きく、磁束変化と相対速度との間には関係がある。

そこで本研究では、これらの間の関係を調べることを目的とし、計測装置を自作した。

計測装置は、直列に接続した5つのコイルを鉛直に並べて、それぞれのコイル内を通過するように上から永久磁石を落下させ、それぞれのコイルに生じる誘導起電力をオシロスコープで測定するものである。この装置を用いて、それぞれのコイルで発生する誘導起電力の大きさと磁石の落下する速さとの関係を調べた。

Key Words: 磁石の速さ、誘導起電力、磁束、電磁誘導、オシロスコープ

1. はじめに

本学の研究紀要第41巻に投稿した「電磁誘導を利用したばねによる単振動の周期測定」では、ばねにつるした永久磁石を、オシロスコープに接続したコイル内を運動させ、その際に生じる電圧の波形の横軸（時間）を使って周期を求めた⁽¹⁾。

研究紀要第42巻では、電磁誘導で生じた誘導起電力のオシロスコープの波形の縦軸（誘導起電力）、横軸（時間）の両方を使って、永久磁

石の磁束を求めた⁽²⁾。

本研究では、42巻の研究で用いた実験装置を用いて、電磁誘導で生じた誘導起電力のオシロスコープの波形の縦軸の大きさから求めた誘導起電力の大きさと横軸の時間差および磁石の長さから求めた磁石の速さとの関係を調べた。

2. 実験概要

(1)実験の目的

本学で使用している教科書（第4版 基礎物理学 原康夫 著 学術図書出版社）には、「同じコイルに磁石を速く近づけたときとゆっくり近づけたときでは、速く近づけたときのほうが

*崇城大学総合教育センター講師

**崇城大学総合教育センター教授

***崇城大学総合教育センター准教授

電流計は大きく振れる」と記述されている⁽³⁾。これは、誘導起電力の大きさ（磁束の変化の大きさ）とコイルに近づける磁石の速さとの間には関係があることを示している。

本研究では、このことについて定量的に関係付けるため、以下の（ア）、（イ）について実験を行った。

（ア）誘導起電力の大きさと磁石の速さの関係を正比例と仮定して、比例定数を求めた。

（イ）比例定数とコイルの直径との関係を調べた。

(2)実験装置

実験に用いた器具は、写真1～3に示すとおり、永久磁石（直径9.986 mm、長さ50.10 mm）、直径の異なるアクリルパイプ2本（外径21.20 mm、内径16.85 mm、長さ102.10 cmと、外径30.15 mm、内径26.05 mm、長さ102.10 cm）、これらのパイプに20 cm 間隔に10回巻きエナメル線（直径0.435 mm）5つを直列に接続したコイル、オシロスコープ（GW Instrument 社製 GDS-1052-U）である。



写真1 永久磁石

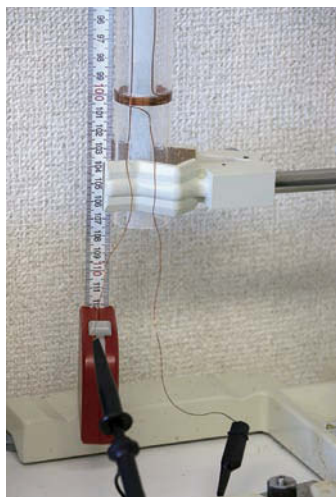


写真2 コイル(一番下)



写真3 実験装置

3. 誘導起電力の大きさと磁石の落下する速さとの関係

図1は、オシロスコープに表示された誘導起電力の変化である。なお、図には説明を加えている。

図の縦軸は誘導起電力（1目盛りが50 mV）、横軸は時間（1目盛りが50 ms）を表している。誘導起電力の大きさは右の波形ほど大きくなっている。理由は右の波形ほど下側のコイルに生じた波形であり、磁石の速さは速くなっているためである。その結果として、コイルを貫く磁束の変化が大きくなり、誘導起電力の大きさが大きくなるからである。

図2と図3は、磁石の動きとコイルの位置の関係を図示したものである。

図1の $V_{i上}$ ($i = 1, \dots, 5$) は図2のときの i 番目の誘導起電力、 $V_{i下}$ ($i = 1, \dots, 5$) は図3のときの i ($i = 1, \dots, 5$) 番目のそれを表している。一方、図1の t_i ($i = 1, \dots, 5$) はそれぞれ

れのコイルの図2から図3の状態になるまでの時間を表している。下のコイルになるほど、磁石の落下距離が大きくなり、その速さが速くなるので、図2から図3に達するまでの時間が短くなる。

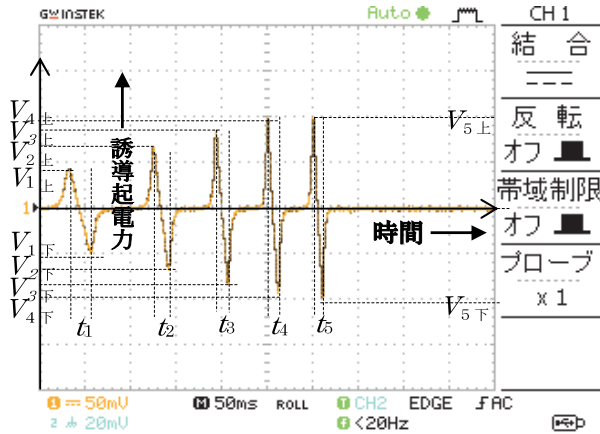


図1 誘導起電力の変化

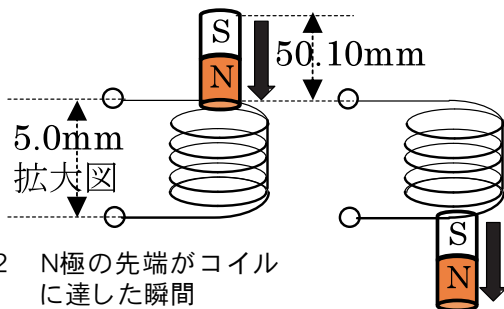


図2 N極の先端がコイルに達した瞬間

図3 S極の先端がコイルから離れる瞬間

(1)誘導起電力の大きさ

図1のオシロスコープ上の画面をプリンターで印刷(300%)して解析を行った。表1、表2は、印刷した画像から読み取った数値(単位: cm)で、この値から誘導起電力の大きさ(単位: V)を求めたものが表3、表4である。表1より表3が得られ、表2より表4が得られた。磁石の落下実験は10回繰り返し、表1、表2は平均値をとった。

表1 誘導起電力の大きさ

No.	$V_{1上}$	$V_{2上}$	$V_{3上}$	$V_{4上}$	$V_{5上}$
1	1.70	2.69	3.40	3.98	4.01
2	1.76	2.65	3.34	3.84	4.08
3	1.80	2.73	3.50	4.00	4.08
4	1.78	2.78	3.42	4.00	4.10
5	1.80	2.80	3.50	4.09	4.19
6	1.78	2.75	3.30	3.79	4.00
7	1.80	2.73	3.38	3.86	3.94
8	1.78	2.71	3.40	3.90	4.09
9	1.80	2.77	3.40	3.93	4.00
10	1.80	2.67	3.40	3.82	4.00
平均	1.78	2.73	3.40	3.92	4.05

(注) 単位は cm で、1.00 cm=0.0252 V

表2 誘導起電力の大きさ

No.	$V_{1下}$	$V_{2下}$	$V_{3下}$	$V_{4下}$	$V_{5下}$
1	1.90	2.53	3.16	3.84	3.90
2	2.00	2.70	3.35	3.71	3.93
3	1.90	2.63	3.29	3.76	3.83
4	2.00	2.75	3.32	3.85	3.93
5	2.00	2.85	3.40	3.95	4.00
6	1.95	2.65	3.20	3.72	3.77
7	1.95	2.75	3.30	3.82	3.90
8	2.00	2.66	3.20	3.84	3.89
9	1.95	2.61	3.29	3.90	4.01
10	2.00	2.62	3.28	3.89	3.90
平均	1.96	2.68	3.28	3.83	3.91

(注) 単位は cm で、1.00 cm=0.0252 V

表3 $V_{i上}$ の値

$V_{1上}$ [V]	$V_{2上}$ [V]	$V_{3上}$ [V]	$V_{4上}$ [V]	$V_{5上}$ [V]
0.0449	0.0688	0.0857	0.0988	0.1021

表4 $V_{i下}$ の値

$V_{1下}$ [V]	$V_{2下}$ [V]	$V_{3下}$ [V]	$V_{4下}$ [V]	$V_{5下}$ [V]
0.0494	0.0675	0.0827	0.0965	0.0985

(2)磁石の平均の速さ (コイルを通過するとき)

表5は、磁石の落下実験を10回行って、コイルを通過するのに要する時間を読み取り平均値を求めた(単位:cm)ものである。表5より表6の値(単位:s)が得られた。

表5 磁石がコイルを通過するのに要する時間

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
1	1.00	0.79	0.61	0.51	0.49
2	1.01	0.69	0.60	0.49	0.43
3	1.00	0.71	0.50	0.51	0.49
4	1.00	0.71	0.58	0.50	0.40
5	1.00	0.62	0.60	0.49	0.45
6	1.02	0.70	0.60	0.46	0.46
7	1.00	0.70	0.56	0.50	0.39
8	1.01	0.70	0.57	0.50	0.40
9	1.00	0.70	0.52	0.48	0.40
10	1.01	0.67	0.51	0.46	0.40
平均	1.01	0.70	0.57	0.49	0.43

(注) 単位は cm で, 1.00 cm=0.0253 s

表6 t_i の値

t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_4 [s]	t_5 [s]
0.0256	0.0177	0.0144	0.0124	0.0109

それぞれのコイルで生じる誘導起電力の大きさが最大になるのは磁束の変化が一番大きいところ、つまり N 極、S 極の先端がコイルを通過するところである。

それぞれのコイルにおいて、図2の状態から図3の状態になるまでの時間は、それぞれ t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 、 t_5 である。よって、それぞれのコイルを通過する磁石の平均の速さ \bar{v}_i ($i=1, \dots, 5$) は磁石の長さ 50.10×10^{-3} m を用いて次式で与えられる。

$$\bar{v}_i = \frac{50.10 \times 10^{-3}}{t_i} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

①式と表6より表7に示すように \bar{v}_i が得られた。

表7 \bar{v}_i の値

\bar{v}_1 [m/s]	\bar{v}_2 [m/s]	\bar{v}_3 [m/s]	\bar{v}_4 [m/s]	\bar{v}_5 [m/s]
1.96	2.83	3.48	4.04	4.60

(3)磁石がコイルに近づくとき(図2)と離れるとき(図3)の磁石の速さ $v_{i上}$ 、 $v_{i下}$

本実験では、磁石は自由落下をしているため、磁石がコイルに近づくときと離れるときでは、磁石の速さは異なる。そこで、 $v_{i上}$ と $v_{i下}$ を表7に示した \bar{v}_i から求め付録に掲載した。また、磁石の速さが $v_{i上}$ から \bar{v}_i になるまでに磁石が落下する距離 $l_{i上}$ と磁石の速さが \bar{v}_i から $v_{i下}$ になるまでに磁石が落下する距離 $l_{i下}$ の導出も付録に掲載した。

(4)誘導起電力の大きさと磁石の速さとの関係

前述のとおり、誘導起電力の大きさとコイルに対する磁石の速さには関係があるが、ここで誘導起電力の大きさ V と磁石の速さ v が比例すると仮定すると次式のように表すことができる。

$$V = kv \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

誘導起電力の大きさ V は、図2、図3の場合はそれぞれ次式のようになる。

$$V_{i上} = k_{i上} v_{i上} \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

$$V_{i下} = k_{i下} v_{i下} \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

図2のとき、⑦式と表6、表7の値より、表8のように $v_{i上}$ が得られた。

また、③式と表3、表8の値より、表9のように $k_{i上}$ が得られた。

同様に、図3のとき、⑧式と表6、表7の値より、表10のように $v_{i下}$ が得られた。

また、④式と表4、表10の値より、表11のように $k_{i下}$ が得られた。

表8 $v_{i上}$ の値

$v_{1上}$ [m/s]	$v_{2上}$ [m/s]	$v_{3上}$ [m/s]	$v_{4上}$ [m/s]	$v_{5上}$ [m/s]
1.83	2.74	3.41	3.98	4.55

表9 $k_{i上}$ の値

$k_{1上}$ [Wb/m]	$k_{2上}$ [Wb/m]	$k_{3上}$ [Wb/m]	$k_{4上}$ [Wb/m]	$k_{5上}$ [Wb/m]
0.024	0.025	0.025	0.025	0.022

表10 $v_{i下}$ の値

$v_{1下}$ [m/s]	$v_{2下}$ [m/s]	$v_{3下}$ [m/s]	$v_{4下}$ [m/s]	$v_{5下}$ [m/s]
2.09	2.92	3.55	4.10	4.65

表11 $k_{i下}$ の値

$k_{1下}$ [Wb/m]	$k_{2下}$ [Wb/m]	$k_{3下}$ [Wb/m]	$k_{4下}$ [Wb/m]	$k_{5下}$ [Wb/m]
0.024	0.023	0.023	0.024	0.021

表9と表11より得られた値を平均して、 $\overline{k}_{上} = 0.024$ [Wb/m]、 $\overline{k}_{下} = 0.023$ [Wb/m] と求めた。

これを平均すると、 $\overline{k} = 0.024$ [Wb/m] となり、比例定数 k は 0.024 [Wb/m] とした。

4. 比例定数 k とコイルの直径との関係

コイルの直径が磁石の大きさに比べ十分大きければ、コイルを切る磁束（磁束の変化）はほとんどなくなり、比例定数 k は 0 になることが考えられる。そこで、コイルの直径を 30.15 mm と大きくして、同様の実験と解析を行い比例定数の変化を調べた。

(1)誘導起電力の大きさ

得られた結果を表12と表13に示す。

表12 $V_{i上}$ の値

$V_{1上}$ [V]	$V_{2上}$ [V]	$V_{3上}$ [V]	$V_{4上}$ [V]	$V_{5上}$ [V]
0.0330	0.0549	0.0673	0.0769	0.0864

表13 $V_{i下}$ の値

$V_{1下}$ [V]	$V_{2下}$ [V]	$V_{3下}$ [V]	$V_{4下}$ [V]	$V_{5下}$ [V]
0.0388	0.0557	0.0673	0.0809	0.0917

(2)磁石の平均の速さ（コイルを通過するとき）

得られた結果を表14と表15に示す。

表14 t_i の値

t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_4 [s]	t_5 [s]
0.0258	0.0167	0.0134	0.0116	0.0099

表15 \overline{v}_i の値

\overline{v}_1 [m/s]	\overline{v}_2 [m/s]	\overline{v}_3 [m/s]	\overline{v}_4 [m/s]	\overline{v}_5 [m/s]
1.94	3.00	3.74	4.32	5.06

(3)磁石がコイルに近づくととき（図2）と離れるとき（図3）の磁石の速さ

磁石がコイルに近づくとときと離れるときの速さ $v_{i上}$ と $v_{i下}$ の値を表16と表17に示す。

表16 $v_{i上}$ の値

$v_{1上}$ [m/s]	$v_{2上}$ [m/s]	$v_{3上}$ [m/s]	$v_{4上}$ [m/s]	$v_{5上}$ [m/s]
1.81	2.92	3.67	4.26	5.01

表17 $V_{i下}$ の値

$v_{1下}$ [m/s]	$v_{2下}$ [m/s]	$v_{3下}$ [m/s]	$v_{4下}$ [m/s]	$v_{5下}$ [m/s]
2.07	3.08	3.81	4.38	5.11

(4)比例定数 k の値

得られた結果を表18と表19に示す。

表18 $k_{i上}$ の値

$k_{1上}$ [Wb/m]	$k_{2上}$ [Wb/m]	$k_{3上}$ [Wb/m]	$k_{4上}$ [Wb/m]	$k_{5上}$ [Wb/m]
0.018	0.019	0.018	0.018	0.017

表19 $k_{i下}$ の値

$k_{1下}$ [Wb/m]	$k_{2下}$ [Wb/m]	$k_{3下}$ [Wb/m]	$k_{4下}$ [Wb/m]	$k_{5下}$ [Wb/m]
0.019	0.018	0.018	0.018	0.018

表18と表19より得られた値を平均して、 $\overline{k}_{上} = 0.018$ [Wb/m]、 $\overline{k}_{下} = 0.018$ [Wb/m] と求めた。

これを平均すると、 $\overline{k} = 0.018$ [Wb/m] となり、比例定数 k は 0.018 [Wb/m] とした。

実験結果は、予想したように、コイルの直径が大きくなると、比例定数の値が小さくなった。

5. 比例定数 k の物理的な意味について

ファラデーの電磁誘導の法則は次式で表される。

$$V = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad \dots \textcircled{5}$$

ここで、 N はコイルの巻き数、 Φ は磁束である。

誘導起電力の大きさは $N \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$ となり、これが $kv = k \frac{dy}{dt}$ に等しくなるので $k = N \left| \frac{d\Phi}{dy} \right|$ である。

ただし、 y は落下させる磁石の中心の位置を原点にとり、鉛直下向きを y 軸の正の向きとしたものである。

つまり、 k は、コイルの巻き数と磁石の位置の変化に対する磁束の変化の大きさとの積であらわされ、単位は Wb/m である。

6. 考察および今後の課題

本研究において、磁石の運動は自由落下であるので、その速さは落下距離で決まる。落下距離が h [m] のときの磁石の速さ v [m/s] は、次式で求められ、表20のようになった。

$$v = \sqrt{2gh} \quad \dots \textcircled{6}$$

今回の実験で用いた直径21.20 mm と30.15 mm のコイルについて、コイル通過時の磁石の速さ v_i を磁石の長さ (50.10 mm) と t_i から求めると、表21のようになった。

表20 落下距離から求めた速さ

	コイル1	コイル2	コイル3	コイル4	コイル5
h [m]	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
v [m/s]	1.98	2.80	3.43	3.96	4.43

表21 コイルの直径と速さ

直径	コイル1	コイル2	コイル3	コイル4	コイル5
21.20mm	1.96	2.83	3.48	4.04	4.60
30.15mm	1.94	3.00	3.74	4.32	5.06

(注) 単位は m/s である。

付録で記述したように、表20に示した v と表21に示した v_i とは等しくなるはずである。

しかし、コイルの直径を30.15 mm にしたときの速さが表20に比べてより大きくなっているところがあるが、これはおかしいことである。この原因としては、磁束の変化が最大になるところが、図2と図3の位置からずれていることが考えられる。なぜ、こういうことになるのかについての解明は今後の課題である。

7. おわりに

本研究では、磁石がコイルに近づくとき、あるいは離れるときの速さと誘導起電力の大きさとの関係を、自作の実験装置を用いて定量的に求めた。その結果、両者の関係を比例と仮定した場合、コイルの直径が21.20 mm のときの比例定数が0.024 Wb/m 、30.15 mm のときは0.018 Wb/m と求めた。

ファラデーの法則とレンツの法則を知っていることで電磁誘導を理解したつもりでいたが、本研究を行って、なかなか奥が深いことがわかった。

ファラデーはどうやって、誘導起電力の大きさがコイルと磁石との相対速度の大きさで決まるのではなく、磁束の変化の大きさで決まると気付いたのか不思議であり、彼の洞察の鋭さに感心している。

電磁誘導において、磁束の考え方は大変わかりにくく、誘導起電力の大きさは磁石とコイルとの相対速度の大きさに比例するとの考えの方が感覚的にわかりやすい。そこで、1年生の基礎物理学の電磁気学分野の講義における演示実験で今回の研究結果を示し、電磁誘導の理解を深めさせたいと考えている。

この3年間、電磁誘導について研究してみると、理解が進んだところと疑問が深まったところがある。さらに、法則や公式を用いて問題が解けるようになって理解が出来たと考えるのでは駄目であり、法則や公式がどのようにして導き出されたのか実験を通して考えてみることの重要性を実感させられた。

謝辞

一昨年度と昨年度に引き続き、本研究で使用したオシロスコープは平成27年度教育重点配分予算「物理新芯プロジェクトⅡ」で購入したものである。本学の予算担当者及びこのプロジェクトをご承認いただきました皆様方に重ねて深く感謝申し上げます。

このプロジェクトは平成25年度に物理教育の刷新を目的に立ち上げた「物理新芯プロジェクト」の継続であり、講義内容の見直しや講義の内容理解を助ける演習実験の導入及び学生実験の新規実験の導入等を行っている。

参考文献

- (1) 崇城大学研究紀要第41巻（2016年3月31日）
p. 79
永野，池田，上野，天本 著 「電磁誘導を利用したばねによる単振動の周期測定」
- (2) 崇城大学研究紀要第42巻（2017年3月31日）
p. 69
永野，池田，上野，天本 著 「電磁誘導を利用した永久磁石の磁束測定」
- (3) 第4版 基礎物理学 原康夫 著 学術図書
出版社（2012年10月31日） p. 214

付録 $v_{i上}$ 、 $v_{i下}$ 、 $l_{i上}$ 、 $l_{i下}$ の導出

図4で $v_{i上}$ は磁石が i 番目のコイルに近づくときの速さであり、図6の $v_{i下}$ は磁石が i 番目のコイルから離れるときの速さである。また、図5の平均の速さ \bar{v}_i

$$\bar{v}_i = \frac{v_{i上} + v_{i下}}{2}$$

で与えられる。

図4の $l_{i上}$ は磁石の速さが $v_{i上}$ から \bar{v}_i になるまでに磁石が落下する距離であり、図6の $l_{i下}$ は磁石の速さが \bar{v}_i から $v_{i下}$ になるまでに磁石が落下する距離である。

磁石の運動は自由落下であるので、加速度は重力加速度で、その大きさは $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ であり、図7に示す $v - t$ グラフの直線の傾きで与えられる。また、図7の t_i は図4から図6になるまでに要する時間である。

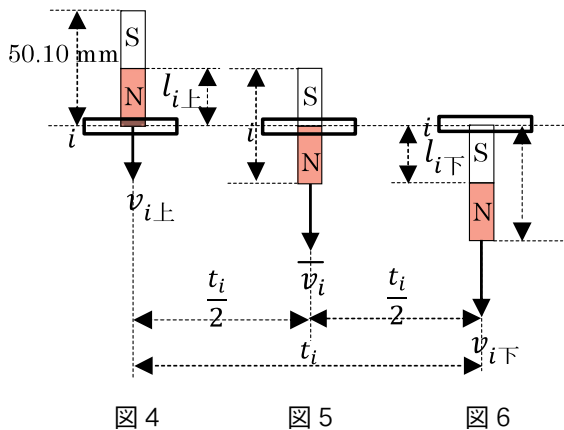


図4～図6で \square は i 番目のコイルをあらわす。

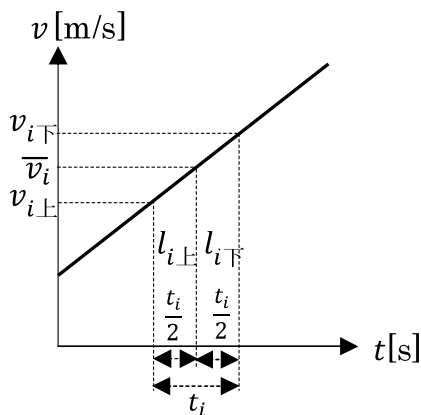


図7 $v - t$ グラフ (自由落下)

図4の磁石の速さ $v_{i上}$ と図6の速さ $v_{i下}$ は、図7から、次の⑦式と⑧式で与えられる。

$$v_{i上} = \bar{v}_i - g \times \frac{t_i}{2} \dots\dots\dots ⑦$$

$$v_{i下} = \bar{v}_i + g \times \frac{t_i}{2} \dots\dots\dots ⑧$$

ただし、⑦式、⑧式の \bar{v}_i

$$\text{は } \bar{v}_i = \frac{50.10 \times 10^{-3}}{t_i}$$

から求めた値である。

また、図4の $l_{i上}$ は、図7の左側の台形の面積で与えられるので、 $l_{i上} = \frac{(v_{i上} + \bar{v}_i)}{2} \times \frac{t_i}{2}$

$$= \frac{(2\bar{v}_i - g \times \frac{t_i}{2})}{2} \times \frac{t_i}{2} = \frac{1}{2} \bar{v}_i t_i - \frac{g}{8} t_i^2 \dots\dots\dots ⑨$$

$$\text{同様にして、} l_{i下} = \frac{1}{2} \bar{v}_i t_i + \frac{g}{8} t_i^2 \dots\dots\dots ⑩$$

⑨、⑩式の \bar{v}_i の値は表7に、 t_i の値は表6に示している。これらの値を用いて、それぞれの距離を計算すると表22、表23のようになった。

表22 $l_{i上}$ の値

$l_{1上}$ [m]	$l_{2上}$ [m]	$l_{3上}$ [m]	$l_{4上}$ [m]	$l_{5上}$ [m]
0.024	0.025	0.025	0.025	0.025

表23 $l_{i下}$ の値

$l_{1下}$ [m]	$l_{2下}$ [m]	$l_{3下}$ [m]	$l_{4下}$ [m]	$l_{5下}$ [m]
0.026	0.025	0.025	0.025	0.025

表22、表23より、 $l_{i上} = l_{i下}$ となっている。このことは、図5における磁石の中心 (重心) の速さと、磁石の平均の速さ \bar{v}_i は等しいことを示している。