

電磁誘導を利用した永久磁石の磁束測定

永野 利徳* 池田 達裕** 上野 賢仁** 天本 徳浩***

Magnetic flux measurement of permanent magnet by electromagnetic induction

by

Toshinori NAGANO*, Tatsuyuu IKEDA**, Takahito UENO**
and Tokuhiko AMAMOTO***

要 旨

物理学の講義における電磁誘導の演示実験では、永久磁石とコイルを用いて検流計に誘導電流が流れることから誘導起電力が発生していることを定性的に示している。

本研究では、測定しにくい磁束を定量的に測定することを目的とし、ファラデーの法則にもとづき電磁誘導を利用した計測装置を考案した。

計測装置は、直列に接続した複数のコイルを鉛直に並べて、コイル内を通過するように上から永久磁石を落下させ、それぞれのコイルに生じる誘導起電力をオシロスコープで測定するものである。

永久磁石の磁束は、誘導起電力を時間で積分した値から求めることができる。

Key Words: 磁束、永久磁石、誘導起電力、電磁誘導、オシロスコープ

1. はじめに

本学の研究紀要第41巻に投稿した「電磁誘導を利用したばねによる単振動の周期測定」では、ばねにつるした永久磁石をオシロスコープに接続したコイル内を運動させ、その際に生じる電圧の波形の横軸（時間）を使って周期を求めた。

本研究では、電磁誘導で生じた誘導起電力のオシロスコープの波形の縦軸（誘導起電力）、横軸（時間）の両方を使って、永久磁石の磁束を求める。

2. 実験概要

(1) 実験の目的

これまで、電磁誘導の講義では誘導電流の向きをレンツの法則、誘導起電力をファラデーの法則で理論的に取り扱うことが主体になっていた。更に、コイルと永久磁石を用いた演示実験では定性的な扱いにとどまっていた。そこで、演示実験において、電磁誘導の定量的な取り扱いの一例として、具体的にイメージしにくい磁束を測定する。

(2) 実験装置

実験に用いる器具は、写真1～3に示すとおり、アクリルパイプ（外直径 30.00mm、内直

*崇城大学総合教育センター講師
**崇城大学総合教育センター教授
***崇城大学総合教育センター准教授

径 25.80mm、長さ 102.10cm) に 20cm 間隔にエナメル線を10回巻き、それらを5つ直列に接続したコイル (図1で①~⑤に対応する)、永久磁石 (直径 9.986mm、長さ 5.005cm)、オシロスコープ (GW Insturment 社製 GDS-1052-U) である。



写真1 実験装置



写真2 永久磁石

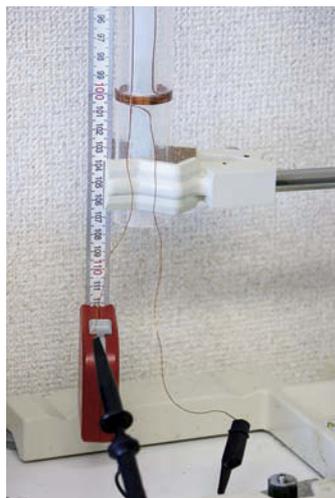


写真3 コイル (一番下)

また、永久磁石の磁束密度測定に写真4に示

すように、TESLA METER (カネテック株式会社製 MODEL TM-801)、磁束測定に写真5に示すように、面積計 (KOIZUMI 社製 DEGITAL PLANIMETER KP-92) を用いる。



写真4 磁束計



写真5 面積計

3. オシロスコープの波形を用いた磁束の測定

ファラデーの電磁誘導の法則は、

$$V = -N \frac{d\phi}{dt} \dots\dots \textcircled{1}$$

で表され、①を積分すると、

$$|\phi| = \frac{1}{N} \int V dt \dots\dots \textcircled{2}$$

となる。

ここで、 V は誘導起電力を、 ϕ は磁束、 N はコイルの巻き数を表す。

図1の縦軸は誘導起電力 (1目盛りが 50mV) を表し、右に行くほど誘導起電力の大きさは大きくなっている。その理由は右の誘導起電力の波形ほど下のコイルの波形であり、そこでの磁石の速さは速くなっている。その結果、コイルを貫く磁束の変化が大きくなり、誘導起電力の大きさが大きくなるからである。

図1の横軸は時間 (1目盛りが 50ms) を表している。

図1の中央の水平線より上の波形と下の波形を図1のように番号をつけて、それぞれの波形と時間軸で囲まれた面積を面積計で求めたものが、表1、表2である。

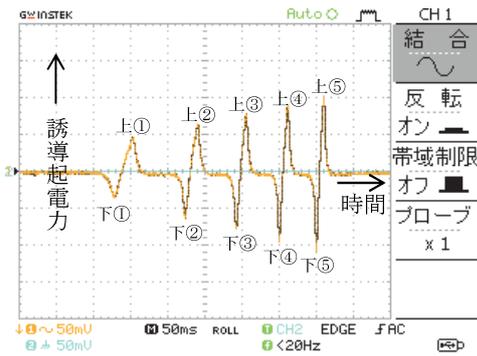


図1：誘導起電力の変化

ところで、
②の $\int V dt$ がそれぞれ、表1、表2の面積に相当する。

よって、表1の値はN極、表2の値はS極の磁束を表す。

また、図1の1目盛りの長さは縦軸、横軸ともに2.35cmである。したがって、 $50\text{mV} \times 50\text{ms} = 2.35 \times 2.35\text{cm}^2$ であるので、

表1の磁束は、 $14.0 \times 0.1\text{cm}^2 \times 50\text{mV} \times 50\text{ms} \div 2.35 \div 2.35\text{cm}^2 = 6.34 \times 10^{-4}\text{Wb}$ となる。

表1：図1の水平線より上の、コイル毎の誘導起電力と時間軸で囲まれた部分の面積

回	面積	上①	上②	上③	上④	上⑤
1		14	13	13	14	14
2		13	13	13	14	14
3		13	14	14	15	13
4		14	14	14	15	13
5		14	15	14	14	14
6		14	14	15	14	14
7		13	13	13	13	14
8		14	14	14	14	14
9		14	13	13	14	13
10		13	14	13	14	14
平均		14	14	14	14	14

同様に表2の磁束は、 $14.2 \times 0.1\text{cm}^2 \times 50\text{mV} \times 50\text{ms} \div 2.35 \div 2.35\text{cm}^2 = 6.43 \times 10^{-4}\text{Wb}$ となる。

また、①、②の N はコイルの巻き数で、 $N=10$ である。

よって、N極から出る磁束 $\Phi_{出}$ は②より、

$$\Phi_{出} = 6.34 \times 10^{-5}\text{Wb} \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

S極に入る磁束 $\Phi_{入}$ は②より、

$$\Phi_{入} = 6.43 \times 10^{-5}\text{Wb} \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

と得られる。

表2：図1の水平線より下の、コイル毎の誘導起電力と時間軸で囲まれた部分の面積

回	面積	下①	下②	下③	下④	下⑤
1		13	14	14	14	14
2		13	14	13	14	14
3		13	13	13	13	15
4		13	13	14	14	14
5		14	14	13	14	15
6		13	14	14	15	15
7		13	14	14	14	14
8		14	13	13	14	15
9		15	14	14	15	15
10		15	14	14	14	14
平均		14	14	14	14	15

表1、表2の単位は 0.1cm^2 である。

4. 磁束計を用いた磁束の測定 (単位：mT)

表3は磁束計を用いて、写真2のN極の左端を原点にし、S極の右端を $x=5.0$ [cm] にして、磁束密度を測定したものである。

表3：永久磁石の側面の磁束密度

回 x (cm)	1	2	3	4	5	平均
0	186.6	214.0	202.0	212.0	197.2	202.4
0.5	103.0	104.3	100.3	104.3	101.2	102.6
1.0	61.9	59.1	63.2	61.5	62.6	61.7
1.5	41.4	38.0	38.3	35.3	38.4	38.3
2.0	12.8	10.1	13.0	14.3	10.3	12.1
2.5	8.1	10.7	9.2	10.8	13.8	10.5
3.0	28.4	27.3	27.6	29.4	30.7	28.7
3.5	46.3	47.1	48.0	47.9	48.4	47.5
4.0	62.8	65.4	64.3	61.8	62.1	63.3
4.5	111.8	108.5	110.2	110.1	109.0	109.9
5.0	193.1	197.0	190.7	193.8	191.6	193.2

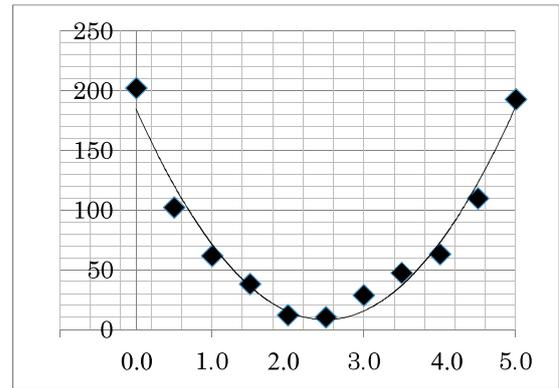


図2 永久磁石の側面の磁束密度

次に、N極の上面から出る磁束を求める。図3は写真2（直径10mm）のN極を上にした断面図であり、中心を原点にとり、右向きを x 軸の正とした図であり、表4は、図3の磁束密度の測定値である。

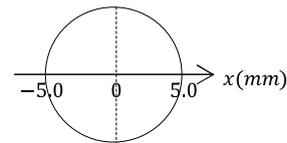


図3

図2は表3の磁束密度（縦軸：mT）とN極からの距離（横軸：cm）とのグラフである。図2を2次曲線で近似すると、

$$B(x) = 30x^2 - 145x + 185 \dots\dots (5)$$

となる。この式より、永久磁石の側面の磁束 Φ 側面は、

$$\Phi_{\text{側面}} = 2\pi r \int_0^5 B(x) dx \dots\dots (6)$$

で求まる。ここで、 $r = 4.993\text{mm}$ であり、⑥式に⑤式を代入して、

$$\Phi_{\text{側面}} = 1.1 \times 10^{-4} \text{Wb} \dots\dots (7)$$

と求まる。

表4 N極上面の磁束密度

x (mm)	-5.0	-2.5	0	2.5	5.0
B(mT)	209.4	146.8	138.3	144.4	203.7
B(mT)	206.2	151.8	135.0	147.2	200.8
B(mT)	193.3	167.4	136.9	149.8	198.0
B(mT)	193.2	146.3	134.1	145.1	193.9
B(mT)	209.1	154.5	136.5	145.1	182.7
平均	202.2	153.4	136.2	146.3	195.6

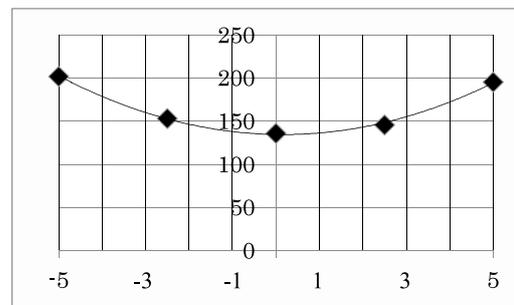


図4 N極上面の磁束密度と中心からの距離との関係

図4は表4の磁束密度（縦軸：mT）とN極の上面の中心からの距離（横軸：mm）とのグラフである。図4を2次曲線で近似すると、

$$B(x) = 2.2x^2 - 2.2x + 136 \dots\dots\dots \textcircled{8}$$

となる。この式より、N極の上面から出る磁束 $\Phi_{\text{上面}}$ は、

$$\Phi_{\text{上面}} = 2\pi \int_0^5 xB(x)dx \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

となる。⑨式に⑧式を代入して求めると、

$$\Phi_{\text{上面}} = 1.2 \times 10^{-5} \text{Wb} \dots\dots\dots \textcircled{10}$$

と求まる。

したがって、N極から出る磁束 Φ は、N極の上面から出る磁束と側面から出る磁束を加えたものになる。ところで、⑦はN極から出る磁束とS極に入る磁束を加えたものになっているので、N極から出る磁束はその半分であるので、

$$\Phi = \Phi_{\text{上面}} + \Phi_{\text{側面}} \times \frac{1}{2} = 6.7 \times 10^{-5} \text{Wb} \dots\dots \textcircled{11}$$

となる。

ところで、面積計から求めた磁束 ($\Phi_{\text{出}}$ 、 $\Phi_{\text{入}}$) と磁束計から求めた磁束との相対誤差は、次のようになる。

$$\text{相対誤差} = \frac{|\Phi_{\text{出}} - \Phi|}{\Phi} = 5.3 (\%)$$

$$\text{相対誤差} = \frac{|\Phi_{\text{入}} - \Phi|}{\Phi} = 4.0 (\%)$$

上記の相対誤差の結果より、③、④、⑪が誤差の範囲で一致しており、本研究の結果が妥当なものであることを示している。

5. おわりに

電磁誘導を利用して求めた永久磁石の磁束は磁束計を用いて直接測定した磁束と5%程度の相対誤差で一致した。これは、磁束計のホール素子の大きさ (1.5mm×2.0mm) と計器類の誤差 (5%) を考慮するとかなりの精度で一致していると思われ、電磁誘導を利用した磁束測

定はかなり効果的であると考えられる。

今まで、演示実験で定性的にしか扱っていなかった電磁誘導を本研究で永久磁石の磁束を求めることにより、具体的にイメージしにくかった磁束が分かりやすくなることが期待できる。

謝 辞

昨年度に続き本研究で使用したオシロスコープは平成27年度教育重点配分予算「物理新芯プロジェクトII」で購入したものである。本学の予算担当者及びこのプロジェクトをご承認いただきました皆様方に重ねて深く感謝申し上げます。

このプロジェクトは平成25年度に物理教育の刷新を目的に立ち上げた「物理新芯プロジェクト」の継続であり、講義内容の見直しや講義の内容理解を助ける演示実験の導入及び学生実験の新規実験の導入等を行っている。

参考文献

- 1) 崇城大学研究紀要第41巻 P. 79
永野、池田、上野、天本 著 「電磁誘導を利用したばねによる単振動の周期測定」

